Jeux de signaux et raffinements d'équilibre

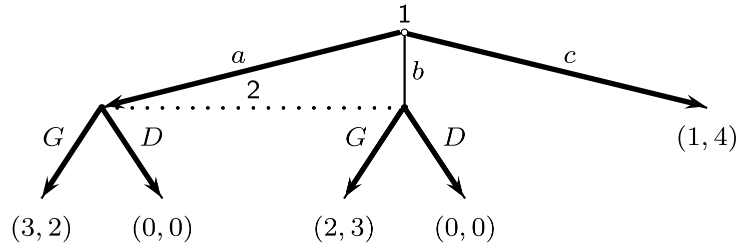
Plan du chapitre
(30 octobre 2006)

1/

– Exemples introductifs
– Rationalité séquentielle et équilibre Bayésien parfait
– Cohérence forte des croyances et équilibre séquentiel
– Jeux de signaux
– Application : Modèle d'éducation de Spence (1973)

L'ENPSJ n'est pas suffisant pour éliminer des équilibres "non raisonnables" et des menaces non crédibles dans les jeux à information imparfaite

Exemple. (✍ Forme normale du jeu . . .)



2/

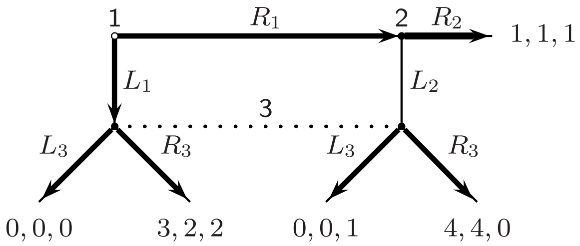
(c, D) est un ENPSJ mais D est une *menace non crédible*

Rationalité séquentielle $\sim$ généralisation de l'induction rétroactive

➥ Imposer des décisions rationnelles aux ensembles d'information non atteints (même s'ils ne sont pas réduits à des singletons)

$\Rightarrow$ Le joueur 2 joue $G \Rightarrow$ le joueur 1 joue a

Exemple. (Le "cheval de Selten", 1975)



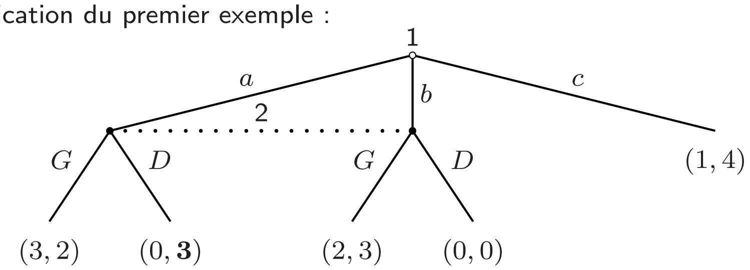
3/

2 ENPSJ en stratégies pures : (R_1, R_2, L_3) et (L_1, R_2, R_3)

Cependant à l'équilibre (L_1, R_2, R_3) l'action R_2 du joueur 2 n'est pas séquentiellement rationnelle étant donné que le joueur 3 joue R_3

Dans les exemples précédents les ENPSJ éliminés étaient caractérisés par une action d'un joueur qui n'était jamais optimale **quelles que soient** les croyances de ce joueur sur les comportements passés

Modification du premier exemple :



4/

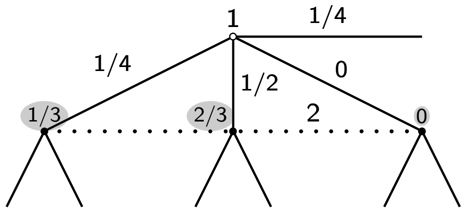
➠ Si le joueur 1 joue c, la rationalité séquentielle de l'action du joueur 2 n'est pas clairement définie (jouer G ou jouer D ?)

➠ La donnée du profil de stratégies est insuffisant pour caractériser la rationalité séquentielle

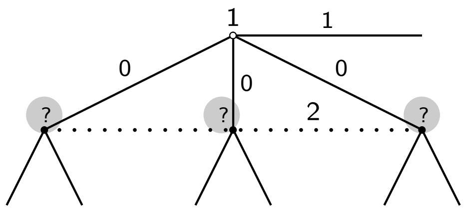
➠ Le *concept de solution* doit non seulement être caractérisé par un *profil de stratégies* mais également par un **système de croyances**

Système de croyances

5/



➥ Règle de Bayes s'applique : $\mu_2 = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0)$



6/ ➥ Règle de Bayes ne s'applique pas : $\mu_2 = ?$ (division par zéro)

Système de croyances : collection de distributions de probabilités sur les noeuds de décision, une par ensemble d'information

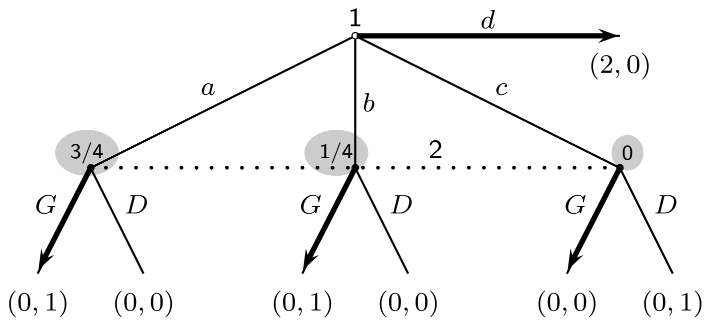
☞ trivial dans les jeux à information parfaite (probabilité égale à 1 partout)

Un couple (σ, μ), où σ est un profil de stratégies comportementales et μ un système de croyances, est un **équilibre séquentiel faible**, ou **équilibre Bayésien parfait** (EBP), si

- **Rationalité séquentielle.** Pour tout joueur i et tout ensemble d'information du joueur i, la stratégie du joueur à cet ensemble d'information est une meilleure réponse locale compte tenu de ses croyances à cet ensemble d'information et des
7/ stratégies des autres

- **Cohérence faible des croyances.** Dans tous les sous jeux (atteints ou non), les croyances sont obtenues à partir de σ par la règle de Bayes lorsqu'elle s'applique (et sont quelconques ailleurs)

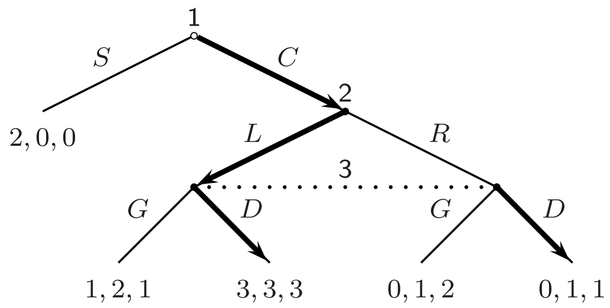
Exemple. (d, G) est un équilibre Bayésien parfait (EBP)

8/ 

Remarque. Beaucoup d'autres systèmes de croyances possibles ($(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1/3, 1/3, 1/3)$, ...)

✍ Dans les exemples précédents ...

Exemple. (Cohérence des croyances aux sous-jeux non atteints)



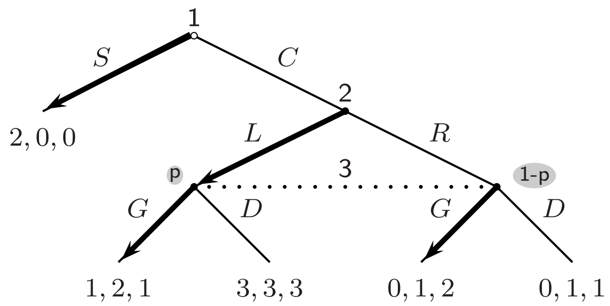
9/

Unique ENPSJ : (C, L, D)

Croyances partout obtenues par la règle de Bayes

Rationalité séquentielle vérifiée

Considérons maintenant l'EN (S, L, G) (qui n'est pas un ENPSJ)



10/

Règle de Bayes ne s'applique pas pour le joueur 3 *dans le jeu entier*

Considérons la croyance $\mu_3 = (p, 1-p)$ pour le joueur 3, avec $p < 1/3$

$\Rightarrow$ Rationalité séquentielle vérifiée ($G \xrightarrow{3} 2 - p > 5/3, \quad D \xrightarrow{3} 1 + 2\,p < 5/3$)

Mais μ_3 ne vérifie pas la cohérence (faible) des croyances car *dans le sous-jeu strict* (non atteint) la règle de Bayes donne $p = 1$

Cohérence forte des croyances

Stratégie strictement positive du joueur i : $\sigma_{h_i}(a_i) > 0$ pour toute action disponible à l'ensemble d'information h_i du joueur i, $a_i \in A(h_i)$, et pour tout ensemble d'information du joueur i, $h_i \in H_i$

Cohérence forte des croyances : il existe une séquence $\{(\tilde{\sigma}^k, \, \tilde{\mu}^k)\}_k$, telle que

11/

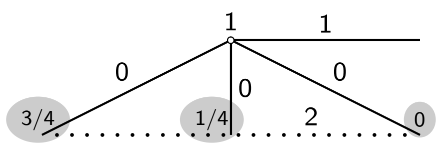
$$\lim_{k\to\infty} (\tilde{\sigma}^k, \, \tilde{\mu}^k) = (\sigma^*, \, \mu^*)$$

où

- $\tilde{\sigma}^k$ est un profil de stratégies strictement positives
- $\tilde{\mu}^k$ est obtenue par la règle de Bayes à partir de $\tilde{\sigma}^k$

Équilibre séquentiel (ES) fort : Rationalité séquentielle + cohérence **forte** des croyances

Exemple.



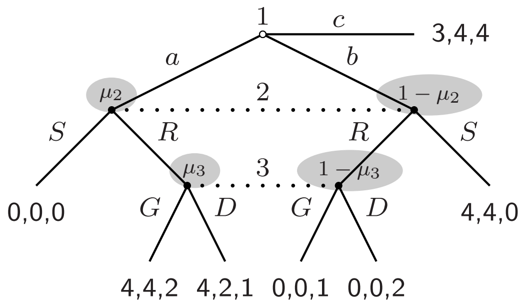
$$\tilde{\sigma}_1^k = (3\varepsilon^k, \, \varepsilon^k, \, (\varepsilon^k)^2, \, 1 - 4\varepsilon^k - (\varepsilon^k)^2) \longrightarrow \sigma^* = (0, 0, 0, 1)$$

12/

$$\tilde{\mu}_2^k = \left(\frac{3\varepsilon^k}{4\varepsilon^k + (\varepsilon^k)^2}, \frac{\varepsilon^k}{4\varepsilon^k + (\varepsilon^k)^2}, \frac{(\varepsilon^k)^2}{4\varepsilon^k + (\varepsilon^k)^2} \right) \longrightarrow \mu^* = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 0 \right)$$

Remarque. Pour définir la cohérence forte il faut que les ensembles d'actions et d'états du monde soient finis (excepté aux derniers noeuds de décision)

Exemple d'EBP qui n'est pas un ES (fort)



13/

Soit l'EN(PSJ) $(c, (\frac{1}{2}S + \frac{1}{2}R), (\frac{1}{2}G + \frac{1}{2}D))$

Rationalité séquentielle : Joueur 1 a et $b \longrightarrow 2$, $c \longrightarrow 3 \geq 2$ OK

Joueur 2 $\begin{cases} S \longrightarrow 4 - 4\mu_2 \\ R \longrightarrow 3\mu_2 \end{cases} \Rightarrow \mu_2 = 4/7$ Joueur 3 $\begin{cases} G \longrightarrow 1 + \mu_3 \\ D \longrightarrow 2 - \mu_3 \end{cases} \Rightarrow$
$\mu_3 = 1/2$

Mais $\mu_2 = 4/7 \neq \mu_3 = 1/2$ ne sont pas fortement cohérentes (pour tout profil de stratégies $\tilde{\sigma}^k$ perturbé on a $\lim_\infty \tilde{\mu}_2^k = \lim_\infty \tilde{\mu}_3^k$)

✍ Déterminer les EN, EBP et ES en stratégies pures du jeu précédent

Proposition. *Tout jeu sous forme extensive fini possède au moins un équilibre séquentiel, et donc au moins un équilibre Bayésien parfait*

14/ **Proposition.** *L'ensemble des équilibres séquentiels est inclus dans l'ensemble des ENPSJ*

Plus généralement :

$$\{ES\} \subseteq \{EBP\} \subseteq \{ENPSJ\} \subseteq \{EN\}$$

Proposition. *Dans les jeux à information parfaite l'ensemble des équilibres séquentiels (faibles et forts) coïncide avec l'ensemble des ENPSJ*

Jeu de signal

- Deux joueurs : l'**émetteur** (joueur 1) et le **récepteur** (joueur 2). L'émetteur est parfois appelé "principal informé" et le récepteur "agent"
- États du monde : **types** T du joueur 1
- Distribution de probabilité a priori $p \in \Delta(T)$

15/

- Le joueur 1 observe son type $t \in T$ et choisit une action (**message**, **signal**) $m \in M$
- Le joueur 2 observe ensuite l'action m (mais pas le type t) et choisit une action (**réponse**) $r \in R$
- Le jeu se termine avec les paiements $u_1(m, r; t)$ et $u_2(m, r; t)$

➥ Stratégies $\sigma_1 : T \to \Delta(M)$ et $\sigma_2 : M \to \Delta(R)$

Remarque. L'ensemble des signaux disponibles de l'émetteur peut dépendre de son type, $M(t)$, et l'ensemble des réponses possibles du récepteur peut dépendre du signal, $R(m)$

Remarque. Si $u_1(m, r; t)$ et $u_2(m, r; t)$ ne dépendent pas du signal m on parle de **jeu de communication gratuite**, ou **jeu de cheap talk**, car dans ce cas un signal est simplement un message non coûteux

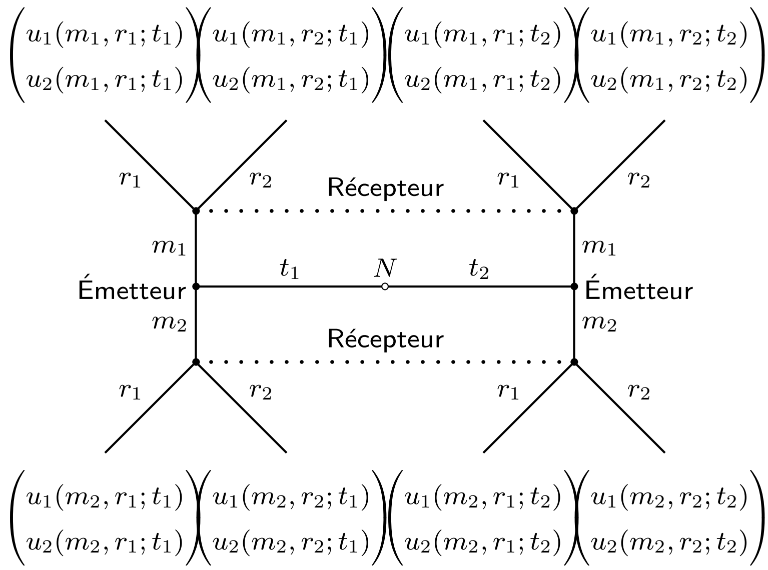
16/

Si de plus l'ensemble des messages disponibles M dépend du type t de l'émetteur on parle de jeu de communication gratuite avec **information certifiable**, ou **jeu de persuasion**, car dans ce cas un signal s'interprète comme un certificat gratuit, ou argument

Ex : Si $M(t_1) = \{m_1, \overline{m}\}$ et $M(t_2) = \{m_2, \overline{m}\}$, alors $m_i =$ certificat/preuve que le type est t_i

Cas 2 types / 2 signaux / 2 réponses

17/



Équilibre Bayésien parfait $(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\mu})$ d'un jeu de signal :

(i) **Rationalité séquentielle du joueur 1.** $\forall\ \boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T}$, $\forall\ \boldsymbol{m}^* \in \mathbf{supp}[\boldsymbol{\sigma_1(t)}]$,

$$\boldsymbol{m}^* \in \arg\max_{\boldsymbol{m}\in \boldsymbol{M}} \sum_{\boldsymbol{r}\in \boldsymbol{R}} \boldsymbol{\sigma_2(r \mid m)\, u_1(m, r; t)}$$

(ii) **Rationalité séquentielle du joueur 2.** $\forall\ \boldsymbol{m} \in \boldsymbol{M}$, $\forall\ \boldsymbol{r}^* \in \mathbf{supp}[\boldsymbol{\sigma_2(m)}]$,

18/

$$\boldsymbol{r}^* \in \arg\max_{\boldsymbol{r}\in \boldsymbol{R}} \sum_{\boldsymbol{t}\in \boldsymbol{T}} \boldsymbol{\mu(t \mid m)\, u_2(m, r; t)}$$

(iii) **Cohérence faible des croyances.** Lorsque c'est possible, $\boldsymbol{\mu}$ est obtenue par la règle de Bayes :

$$\forall\ \boldsymbol{m} \in \mathbf{supp}[\boldsymbol{\sigma_1}], \quad \boldsymbol{\mu(t \mid m)} = \frac{\boldsymbol{\sigma_1(m \mid t)p(t)}}{\sum_{\boldsymbol{s}\in \boldsymbol{T}} \boldsymbol{\sigma_1(m \mid s)p(s)}}$$

✍ Définition d'un équilibre de Nash d'un jeu de signal ... Différence ?

Proposition. *Dans les jeux de signaux (finis) le concept d'équilibre Bayésien parfait est équivalent à celui d'équilibre séquentiel*

➥ Toute croyance hors équilibre peut toujours être obtenue comme une limite de croyances perturbées (✍ à vérifier pour 2 types / 2 signaux)

19/ **Définition.** Un équilibre est **séparateur** (parfaitement/pleinement/**complètement révélateur** (CR)) si le récepteur connaît le type de l'émetteur au moment de prendre sa décision ⇒ croyances dégénérées (1 ou 0) pour les signaux d'équilibre (dans $\mathbf{supp}[\boldsymbol{\sigma}_1]$)

⇒ l'émetteur envoie un signal différent pour chacun de ses types

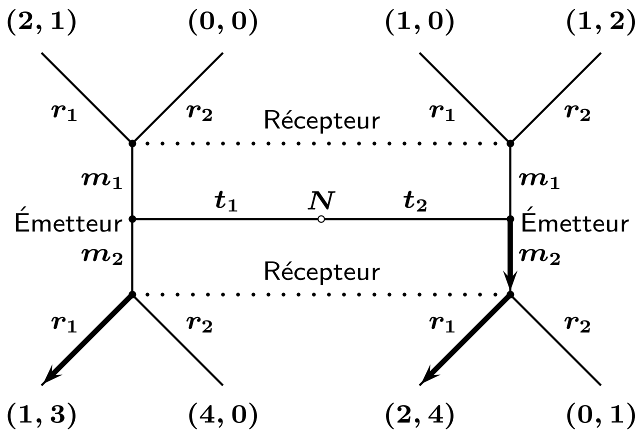
Définition. Un équilibre est **mélangeant** (*pooling*, **non révélateur** (NR)) si le récepteur conserve les mêmes croyances que les croyances (probabilités) a priori quel que soit le signal d'équilibre (dans $\mathbf{supp}[\boldsymbol{\sigma}_1]$) qu'il reçoit

⇒ la stratégie de l'émetteur ne dépend pas de son type

Définition. Un équilibre est **partiellement révélateur** (PR) s'il n'est ni mélangeant ni séparateur

Exemple. $(\mathbf{Pr}(\boldsymbol{t}_1) = \mathbf{Pr}(\boldsymbol{t}_2) = \mathbf{1/2})$

20/

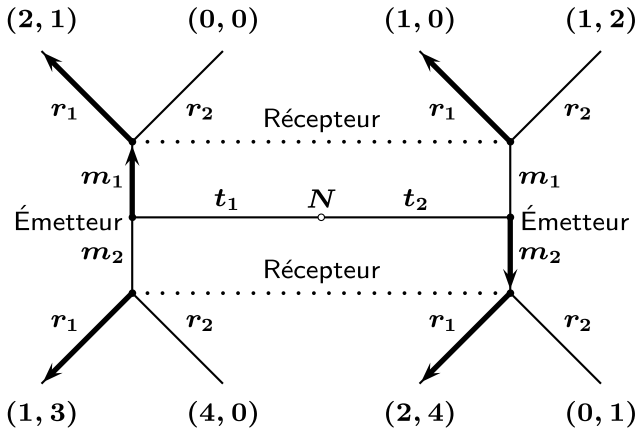


Quelles que soient les croyances du récepteur après le signal $\boldsymbol{m}_2$, sa seule décision optimale est $\boldsymbol{r}_1 \Rightarrow \boldsymbol{r}_1 \mid \boldsymbol{m}_2$ à tous les EBP $\Rightarrow \boldsymbol{m}_2 \mid \boldsymbol{t}_2$ à tous les EBP

Existence d'un équilibre séparateur ?

❶ Stratégie $m_1 \mid t_1$, $m_2 \mid t_2$ de l'émetteur

21/



$\Rightarrow$ Croyances du récepteur : $\mu_2(t_1 \mid m_1) = \mu_2(t_2 \mid m_2) = 1$

$\Rightarrow$ Le récepteur joue $r_1 \mid m_1 \Rightarrow$ Aucune déviation unilatérale profitable $\Rightarrow$ EBP

Existence d'un équilibre séparateur ?

❷ Stratégie $m_2 \mid t_1$, $m_1 \mid t_2$ de l'émetteur

Ceci n'est pas un équilibre (cf plus haut, car $m_2 \mid t_2$ à tout EBP)

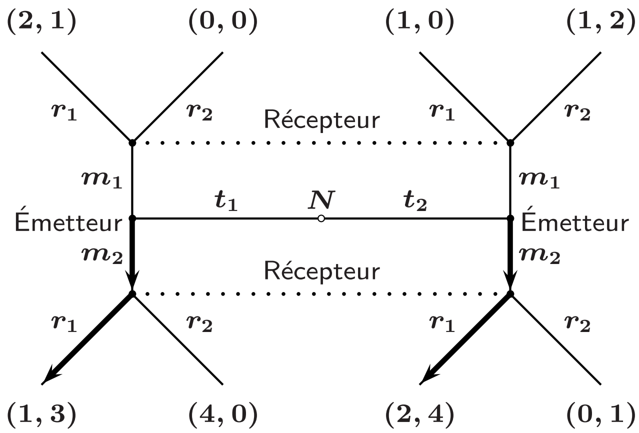
Existence d'un équilibre mélangeant ?

❸ Stratégie $m_1 \mid t_1$, $m_1 \mid t_2$ de l'émetteur

22/ Ceci n'est pas un équilibre (cf plus haut, car $m_2 \mid t_2$ à tout EBP)

Existence d'un équilibre mélangeant ?

$\boxed{\text{❹ Stratégie } m_2 \mid t_1,\ m_2 \mid t_2 \text{ de l'émetteur}}$



23/

$\Rightarrow$ Croyances du récepteur : $\mu_2(t_1 \mid m_2) = 1/2$ et $\mu_2(\cdot \mid m_1)$ quelconque

$\Rightarrow$ t_1 ne dévie pas si le récepteur joue $r_2 \mid m_1$ avec probabilité $\geq 1/2$

$\Rightarrow$ $\mu_2(t_1 \mid m_1)$ doit être inférieure à 2/3

✍ Écrire le jeu de signal précèdent sous forme normale et montrer que l'ensemble des EN en stratégies pures coïncide avec l'ensemble des EBP en stratégies pures

✍ Trouver un jeu de signal et un EN de ce jeu qui n'est pas un EBP

24/

Application : Modèle d'éducation de Spence (1973)

Modèle de jeu de signal d'information (signal = niveau d'éducation) d'un travailleur à des employeurs en compétition qui ne connaissent pas l'aptitude (la productivité) du travailleur

Sans information, le salaire compétitif reflète la productivité moyenne $\Rightarrow$ les travailleurs d'aptitude élevée sont sous-payés

25/ Spence (1973) a montré comment l'éducation peut être un signal de productivité/capacité intrinsèque, même lorsque l'éducation en elle même n'a aucune incidence directe sur cette capacité

Idée : la désutilité pour l'éducation d'un agent d'aptitude élevée est plus faible que celle d'un agent d'aptitude faible

$\Rightarrow$ Un agent d'aptitude élevée a tendance à faire des études plus longues

$\Rightarrow$ Les employeurs comprennent ceci et sont donc prêts à payer plus les travailleurs ayant fait des études, mêmes si ces dernières n'ajoutent aucune valeur directement

Modèle simple (deux types).

– Émetteur : **travailleur**
– Récepteur : **employeur** (firmes en compétition)
– Types : $T = \{t^H, t^L\}$, $t^H > t^L > 0$ (**aptitude** élevée / faible), $\Pr(t^H) = p$
– Signal (coûteux) du travailleur : niveau $e \geq 0$ d'**éducation**
– Réponse de l'employeur : niveau de **salaire** $w \geq 0$ pour le travailleur

Paiement du travailleur : $w - c(t, e)$, où $c(t, e)$ est le coût supporté par un travailleur d'aptitude t pour acquérir le niveau d'éducation e

26/

Profit de l'employeur : $y(t, e) - w$, où $y(t, e)$ est la productivité d'un travailleur d'aptitude t qui a obtenu un niveau d'éducation e

• **Compétition entre les firmes** $\Rightarrow$ profits espérés nuls $\Rightarrow$ niveau de salaire égal à la productivité espérée du travailleur

➥ Ceci revient à donner le paiement $-\big[y(t,e)-w\big]^2$ à l'employeur (récepteur), qui s'interprète également comme un joueur fictif représentant le marché

• On va voir que le salaire proposé au travailleur peut augmenter avec son niveau d'éducation même s'il est de connaissance commune que le niveau d'éducation n'a
27/ aucun effet sur la productivité, par exemple si

$$y(t,e) = y(t) = t \quad \text{(forme supposée dans la suite)}$$

• **Hypothèse cruciale** : un travailleur d'aptitude élevée peut plus facilement augmenter son niveau d'éducation (**single-crossing**, **Spence-Mirrlees** property)

$$0 < \frac{\partial\, c(t^H,e)}{\partial e} < \frac{\partial\, c(t^L,e)}{\partial e} \quad \forall\, e \geq 0$$

par exemple $c(t,e) = e/t$ (forme supposée dans la suite)

28/

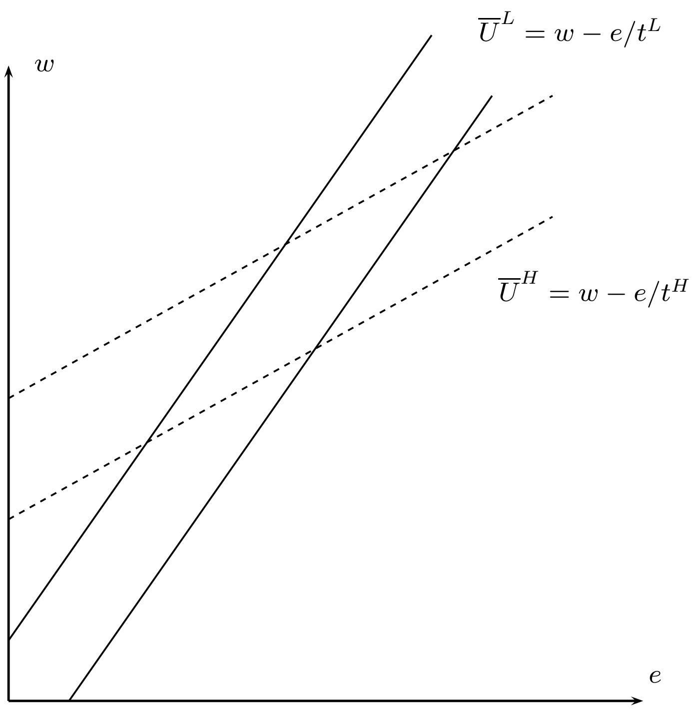


Fig. 1 – Condition de Spence-Mirrlees ("single-crossing") : Le coût marginal de l'éducation décroît avec la productivité du travailleur

Remarque. Si l'aptitude du travailleur était de connaissance commune dès le départ alors le salaire serait égal à la productivité du travailleur : $w(e) = y(t, e)$

Le travailleur choisirait alors e pour maximiser $w(e) - c(t, e)$

Sous nos hypothèses ($y(t, e) = t$) on a $w(e) - c(t, e) = t - c(t, e)$ et donc le travailleur choisirait toujours $e = 0$

29/ Cette solution de "premier rang" (pour le travailleur) n'est clairement pas un équilibre en information asymétrique puisque $e(t^L) = e(t^H) = 0$ ne révèle pas la productivité à l'employeur

- **Rationalité séquentielle de l'employeur** : pour tout $e \geq 0$,

$$\begin{aligned} w(e) &= \mathrm{E}_\mu\big[y(\cdot, e) \mid e\big] \\ &= \mu(t^H \mid e)\, y(t^H, e) + \mu(t^L \mid e)\, y(t^L, e) \\ &= \mu(t^H \mid e)\, (t^H - t^L) + t^L \end{aligned}$$

30/

- **Rationalité séquentielle du travailleur** : pour tout $t \in \{t^H, t^L\}$,

$$e(t) \in \arg\max_e \; w(e) - c(t, e) = \arg\max_e \; \mu(t^H \mid e)\, (t^H - t^L) - e/t$$

Équilibres mélangeants

➥ Le niveau d'éducation est indépendant de l'aptitude du travailleur :

$$e(t^L) = e(t^H) = e_m$$

$\Rightarrow \ \mu(t^H \mid e_m) = p \ \Rightarrow \ w(e_m) = p\,(t^H - t^L) + t^L$

Utilité du travailleur de type t s'il choisit effectivement e_m :

31/

$$w(e_m) - c(t, e_m) = p\,(t^H - t^L) + t^L - e_m/t$$

Utilité du travailleur de type t s'il dévie vers $e \neq e_m$:

$$w(e) - c(t, e) = \mu(t^H \mid e)\,(t^H - t^L) + t^L - e/t$$

où $\mu(t^H \mid e) \in [0, 1]$ est une croyance hors équilibre qui peut être choisie (la règle de Bayes ne s'applique pas)

Le travailleur ne dévie pas si

$$p\,(t^H - t^L) - e_m/t \geq \mu(t^H \mid e)\,(t^H - t^L) - e/t \ \ \forall\, t, \ \forall\, e \geq 0$$

Cette condition est le plus facilement vérifiée en posant $\mu(t^H \mid e) = 0$ pour $e \neq e_m$

Donc le travailleur ne dévie pas si

32/

$$\begin{aligned} & p\,(t^H - t^L) - e_m/t \geq -e/t \ \ \forall\, t, \ \forall\, e \geq 0 \\ \Leftrightarrow \ & p\,(t^H - t^L) - e_m/t \geq 0 \ \ \forall\, t \quad \Leftrightarrow \quad e_m \leq t\, p\,(t^H - t^L) \ \ \forall\, t \\ \Leftrightarrow \ & e_m \leq t^L\, p\,(t^H - t^L) \end{aligned}$$

Conclusion : tous les EBP mélangeants sont tels que le travailleur choisit un niveau d'éducation $e(t^L) = e(t^H) = e_m \leq t^L \, p \, (t^H - t^L)$

Ces équilibres peuvent être soutenus en considérant le système de croyances (cohérent) suivant

$$\mu(t^H \mid e) = \begin{cases} p & \text{si } e = e_m \\ 0 & \text{si } e \neq e_m \end{cases}$$

33/ et la stratégie (séquentiellement rationnelle) de l'employeur suivante

$$w(e) = \begin{cases} p \, (t^H - t^L) + t^L & \text{si } e = e_m \\ t^L & \text{si } e \neq e_m \end{cases}$$

✍ Montrez qu'il existe des équilibres de Nash mélangeants où le travailleur choisit un niveau d'éducation $e_m > t^L \, p \, (t^H - t^L)$ quel que soit son type (ces EN ne sont donc pas des EBP)

Équilibres séparateurs

- Le niveau d'éducation varie avec l'aptitude du travailleur :

$$e(t^L) = e^L \neq e(t^H) = e^H$$

$\Rightarrow$ $\mu(t^H \mid e^L) = 0$ et $\mu(t^H \mid e^H) = 1$

$\Rightarrow$ $w(e^L) = t^L$ et $w(e^H) = t^H$

34/ Utilité du travailleur de type t^L s'il choisit effectivement e^L :

$$w(e^L) - c(t^L, e^L) = t^L - e^L/t^L$$

Utilité du travailleur de type t^H s'il choisit effectivement e^H :

$$w(e^H) - c(t^H, e^H) = t^H - e^H/t^H$$

Comme avant, une déviation est le plus facilement exclue en posant $\mu(t^H \mid e) = 0$ hors équilibre (pour $e \notin \{e^L, e^H\}$)

$$\Rightarrow \; w(e) = \begin{cases} t^H & \text{si } e = e^H \\ t^L & \text{si } e \neq e^H \end{cases}$$

- Un travailleur de type (aptitude) t^L ne dévie pas vers $e \neq e^L$ si

35/

$$t^L - e^L/t^L \geq w(e) - e/t^L \;\; \forall\, e \neq e^L$$

Puisque $w(0) = t^L$ ceci implique nécessairement $e^L = 0$

La condition précédente devient donc $t^L \geq w(e) - e/t^L \;\; \forall\, e \neq 0$

Puisque $w(e) = t^L$ pour $e \neq e^H$ elle est équivalente à $t^L \geq w(e^H) - e^H/t^L$ c'est-à-dire

$$\boxed{e^H \geq t^L\,(t^H - t^L)}$$

- Un travailleur de type (aptitude) t^H ne dévie pas vers $e \neq e^H$ si

$$\begin{aligned} & t^H - e^H/t^H \geq w(e) - e/t^H \quad \forall\, e \neq e^H \\ \Leftrightarrow \;\; & t^H - e^H/t^H \geq t^L - e/t^H \quad \forall\, e \neq e^H \\ \Leftrightarrow \;\; & t^H - e^H/t^H \geq t^L \end{aligned}$$

d'où

36/

$$\boxed{e^H \leq t^H\,(t^H - t^L)}$$

Conclusion : tous les EBP séparateurs sont tels que le travailleur d'aptitude faible choisit un niveau d'éducation nul $e(t^L) = 0$ et le travailleur d'aptitude élevée choisit un niveau d'éducation intermédiaire :

$$t^L\,(t^H - t^L) \leq e(t^H) \leq t^H\,(t^H - t^L)$$

Ces équilibres peuvent être soutenus par le système de croyances (cohérent) suivant

$$\mu(t^H \mid e) = \begin{cases} 1 & \text{si } e = e^H \\ 0 & \text{si } e \neq e^H \end{cases}$$

et la stratégie (séquentiellement rationnelle) de l'employeur suivante

$$w(e) = \begin{cases} t^H & \text{si } e = e^H \\ t^L & \text{si } e \neq e^H \end{cases}$$

37/

Remarque. Un système de croyances plus naturel (également cohérent) qui soutient ces équilibres est $\mu(t^H \mid e) = \begin{cases} 1 & \text{si } e \geq e^H \\ 0 & \text{si } e < e^H \end{cases}$ donc

$$w(e) = \begin{cases} t^H & \text{si } e \geq e^H \\ t^L & \text{si } e < e^H \end{cases}$$

Remarque. Certains raffinements d'équilibre basés sur des critères d'induction projective (par exemple, le critère intuitif de Cho et Kreps, 1987) permettent de sélectionner comme seul équilibre l'équilibre séparateur le plus efficace : $e(t^L) = 0$, $e(t^H) = t^L\,(t^H - t^L)$

Idée du raffinement : Si pour un type t de l'émetteur l'action e est strictement dominée, mais par pour un type t', alors $\mu(t \mid e) = 0$

Autres applications :

38/

- *Publicité* (Milgrom et Roberts, 1986) : Une firme qui vend un produit de qualité élevée peut signaler cette qualité en faisant des dépenses publicitaires excessives (une firme qui vend une produit de mauvaise qualité ne pourrait pas supporter un tel coût)
- *Biologie évolutionnaire* (Zahavi, 1975; Grafen, 1990 : *théorie du handicap*) : la taille de la queue du paon signale sa force, car seuls les plus forts peuvent survivre aux prédateurs avec un tel handicap ; les bonds nonchalants des gazelles comme signal de performance aux guépards, ...

Références

CHO, I. K. ET D. KREPS (1987) : "Signaling Games and Stable Equilibria," *Quarterly Journal of Economics*, 102, 179–221.

GRAFEN, A. (1990) : "Biological Signals as Handicaps," *Journal of Theoretical Biology*, 144, 517–546.

MILGROM, P. ET J. ROBERTS (1986) : "Price and Advertising Signals of Product Quality," *Journal of Political Economy*, 94, 796–821.

SELTEN, R. (1975) : "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games," *International Journal of Game Theory*, 4, 25–55.

SPENCE, A. M. (1973) : "Job Market Signaling," *Quarterly Journal of Economics*, 87, 355–374.

ZAHAVI, A. (1975) : "Mate selection – A selection for a handicap," *Journal of Theoretical Biology*, 53.